

Ein Qualitätskriterium zur Partition von Petri-Netzen

Ralf Steinmetz*

[Ste86-
2] Ralf Steinmetz:
Ein Qualitätskriterium zur Partition von Petri-Netzen. In: Angewandte Informatik,
vol. 12, no. 12/86, December 1986.

Stichworte: Petri-Netz, Partition, Modularisierung, Systembeschreibung, Systemanalyse

Zusammenfassung: Zur übersichtlichen Beschreibung und Analyse komplexer Systeme praxisbezogener Größenordnungen mit Hilfe von Petri-Netzen wird in dieser Arbeit das Prinzip der Systemuntergliederung auf Petri-Netz-Ebene verwendet. Zu dieser Partition muß das Netz durch Schnitte unterteilt werden. Wesentliche Grundvoraussetzung für eine sinnvolle Modularisierung ist die Existenz eines Qualitätskriteriums zur Beurteilung der Schnitte. Durch die neuartige Einführung und Beschreibung von Berechnungsverfahren des Schnittmaßes ergibt sich ein objektives Kriterium zur Unterteilung der Systeme, die als Bedingungs-Ereignis-, Stellen-Transitionen- oder modifizierte Prädikats-Transitionen-Netze beschrieben sein können.

A Criterion of Quality to Measure the Partition of Petri Nets

Key-words: Petri Net, Partition, Modularisation, System Description, System Analysis

Abstract: The principle of Decomposition is used to achieve a clear description and a manageable analysis of complex real live systems at petri net level. Therefore the net is decomposed by cuts. A reasonable partition requires an objective criterion to measure the quality of the realized cuts. The introduction and computation of the cut size allows to postulate this criterion to measure the goodness of decompositions of systems described in terms of condition event nets, state transition nets or modified predicate transition nets.

1 Einleitung

Ein Merkmal der heutigen informationsverarbeitenden Systeme ist ihre hohe Komplexität. Die fallenden Hard-

warekosten bei gleichbleibender Funktionalität der Bauelemente im Zusammenhang mit deren steigendem Integrationsgrad hat den wirtschaftlichen Einsatz komplexer, informationsverarbeitender Systeme ermöglicht:

- Von der Hardwareseite gesehen, gewinnen Multiprozessorsysteme und Systeme mit verteilten Architekturen immer mehr an Bedeutung.
- Im Bereich der Software ist vor allem die zunehmende Bedeutung, Entwicklung und der Einsatz paralleler Sprachen (zum Beispiel Modula 2, OCCAM, CHILL oder ADA) zu erkennen.

Ein System gilt als „komplex“, wenn eine Person nicht mehr in der Lage ist, alle für das Systemverhalten relevanten Details im Kopf zu haben [14]. „Die vom Menschen geschaffenen Dinge und Konventionen haben einen solchen Grad an Komplexität erreicht, daß der Einzelne selbst die zeitlich nahe liegenden Auswirkungen seines Handelns nicht mehr überblicken kann“ [9]. Die starke Vermaschung kausaler Beziehungen im Zusammenhang mit der zunehmenden Parallelität einiger Komponenten eines komplexen Systems ist der Grund für die Schwierigkeiten beim Verständnis solcher Systeme [13].

Nur durch eine rechnergestützte Modellierung mit anschließender Analyse kann ein komplexer Sachverhalt vereinfacht, übersichtlich dargestellt und untersucht werden. Als Grundlage zur Modellierung werden in diesem Artikel Petri-Netze [9] verwendet.

Die Anwendung eines Modells wie Petri-Netze auf Systeme von praxisbezogener Größenordnung führt im allgemeinen zu sehr großen Netzen. Eine Analyse des Gesamtsystems ist dann meistens wegen der erforderlichen Speicherkapazität und/oder Rechenzeit nicht mehr praktikabel. Durch eine geschickte Partition des Gesamtsystems kann diesem Problem begegnet werden. Die „geschickte Partition“ setzt wiederum ein objektives Kriterium zur Beurteilung der „Schnitte“, durch die das System unterteilt wurde, voraus. Der vorliegende Artikel beschreibt ein Qualitätskriterium für die Partition von Petri-Netzen (Abschnitt 4 und 5) im Kontext des eigentlichen Modellierungsvorganges (Abschnitt 3). Im Abschnitt 2 wird kurz in die Theorie der Petri-Netze eingeführt, und anhand eines Beispiels, aufbauend auf den drei grundlegenden Petri-Netz-Modellen (Bedingungs-Ereignis-, Stellen-Transitionen- und Prädikats-Transitionen-Netze), ein praxisbezogenes Modell vorgestellt.

* Dr.-Ing. Ralf Steinmetz, Institut für Übertragungstechnik, Technische Hochschule Darmstadt, Merckstr. 25, D-6100 Darmstadt

2 Petri-Netze

Petri-Netze (Abk.: „PN“) wurden 1962 von C. Petri zur ‚Beschreibung möglichst vieler Erscheinungen bei der Informationsübertragung und Informationswandlung in einheitlicher und exakter Weise‘ [9] durch die Darstellung einer Theorie der Kommunikation mit Automaten entwickelt. Sie bieten zur Modellierung paralleler Systeme einige entscheidende Vorteile gegenüber anderen Modellen:

1. Sie haben eine graphische Repräsentation, mit deren Hilfe es oft einfacher ist, Probleme mit über den lokalen Bereich hinaus auftretenden Nebenwirkungen übersichtlich darzustellen und zu verstehen. Zustandsübergangsdiagramme (endliche und unendliche Automaten, SDL [20]) haben auch einen graphischen Hintergrund, werden jedoch bei umfangreichen parallelen Systemen mit vielen Interaktionen zwischen verschiedenen Prozessen sehr leicht unübersichtlich.
2. PN haben neben der Graphikfähigkeit gegenüber Zustandsübergangsdiagrammen nicht den Nachteil einer kombinatorischen Explosion der Elemente. Die meisten anderen Modelle zur Systembeschreibung haben keine entsprechende graphische Ausprägung, die bei einer Beschreibung von erheblichem Vorteil ist.
3. Zur Analyse eines Systems sind sowohl bei PN als auch bei den mathematischen, formalen Modellen (zum Beispiel: Milners ‚Calculus of Communication Systems‘ (Abk.: ‚CCS‘) [7] oder die ‚Algebraische Spezifikationen‘ [5]) entsprechende Algorithmen vorhanden. Diese sind jedoch zum Beispiel bei den Zustandsübergangsdiagrammen nicht sehr ausgeprägt.

Die grundlegenden Petri-Netz-Modelle sind die Bedingungs-Ereignis-Netze (Abk.: ‚BEN‘) und Stellen-Transitionen-Netze (Abk.: ‚STN‘) mit verschiedenen Erweiterungen (siehe Übersicht in [6] und [8], [9], [11], [12], [14], [15], [16]. Anfang der achtziger Jahre wurden höhere, komplexere Netzmodelle mit individuellen Marken entwickelt. Insbesondere sind hier die Prädikats-Transitionen-Netze (Abk.: ‚PrTN‘) [3], Relations-Netze [11], die gefärbten Netze [4] und die Produktnetze [1], [2] zu erwähnen. Als bekannt werden im weiteren die drei klassischen Petri-Netz-Modelle: BEN, STN und PrTN vorausgesetzt (siehe im vorherigen Absatz angegebene Literaturstellen). Die in diesem Artikel neben BEN und STN verwendeten modifizierten Prädikats-Transitionen-Netzen (Abk.: ‚mPrTN‘) [19] besitzen ähnlich den Produktnetzen einige Einschränkungen und Erweiterungen gegenüber PrTN. An einem Beispiel am Ende dieses Abschnittes soll das Verhalten verdeutlicht werden.

2.1 Erweiterungen von modifizierten Prädikats-Transitionen-Netzen gegenüber Prädikats-Transitionen-Netzen

1) **Reset-Kanten:** Diese Kanten stellen einen trivialen, aber durch ein PrTN schwer oder gar unmöglich zu modellierenden Sachverhalt dar. Es sollen beim Schalten alle (auf die Beschriftung der Kante passenden) Token der Stelle entnommen werden. Lässt man eine unendliche Kapazität bei Stellen zu, so lässt sich dieser Sachverhalt mit PrTN nicht darstellen. Zur Herstellung des Ausgangszustands in einem Teil eines Systems werden oft diese Kanten eingesetzt (siehe Bild 1).

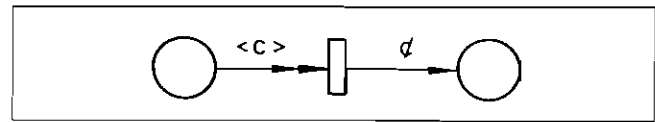


Bild 1 Reset-Kante

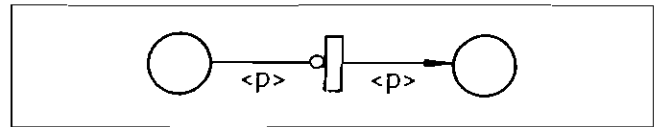


Bild 2 Negations-Kante

2) **Negations-Kanten (Inhibitor-Kanten):** Es darf kein Token die Kantenbeschriftung erfüllen. Lässt man eine unendliche Kapazität bei Stellen zu, so lässt sich dieser Sachverhalt mit PrTN so einfach nicht darstellen. Diese Abfrage wird oft benötigt, um beispielsweise in Abhängigkeit von leeren Puffern geeignete Maßnahmen einzuleiten (s. Bild 2).

2.2 Einschränkungen von modifizierten Prädikats-Transitionen-Netzen gegenüber Prädikats-Transitionen-Netzen

1) Der Wertebereich aller Variablen und Konstanten der Kantenbeschriftungen sind die ganzen Zahlen. Somit sind keine anderen Typen zugelassen. Diese wesentliche Vereinfachung hat bei allen betrachteten Modellierungen keine Nachteile gebracht, aber die Analyseverfahren und ihre Realisierung wurden wesentlich vereinfacht.

2) Der Boolesche Ausdruck (Transitionsinschrift, Transitionslabel) ist nur eine Abfrage von zwei Variablen oder Konstanten, verknüpft durch die Operatoren ‚\langle, ‚\leq, ‚\rangle, ‚\geq. Durch diese Einschränkung werden die Analyseverfahren vereinfacht.

3) Es werden nur wenige Funktionen bzw. Operationen in den Ausdrücken der Kantenbeschriftungen zugelassen. Die einzigen zur Modellierung absolut notwendigen Operationen sind die Addition und die Subtraktion, um beispielsweise einen Zähler einer FIFO-Modellierung zu realisieren. Multiplikation und Division wurden ebenfalls zugelassen. Bei den meisten Modellierungen paralleler Prozesse sind aber die Multiplikation und Division überflüssig. Diese einfachen arithmetischen Operationen lassen sich unkompliziert realisieren und einfacher in der Analyse berücksichtigen als beliebige Strukturen mit beliebigen Operationen wie bei PrTN.

2.3 Beispiel eines modifizierten Prädikats-Transitionen-Netzes

Das folgende mPrTN (Bild 3) enthält neben den ‚normalen‘ Kanten auch Reset- und Negationskanten und keine Transitionslabel. Die Menge der Variablen beschränkt sich auf ‚x‘ und ‚z‘. Es sollen drei Konstanten ‚a‘, ‚b‘ und ‚c‘ mit den Werten 1, 2 und 3 existieren. Würde durch den modellierten Zähler an der Kante zwischen t_1 und t_2 ($\langle x + 1 \rangle$) ein Token mit einem größeren Wert als 3 generiert werden, so wäre diese Zahl Element des Tupels und der Markierung. Dies ist aber hier nicht der Fall.

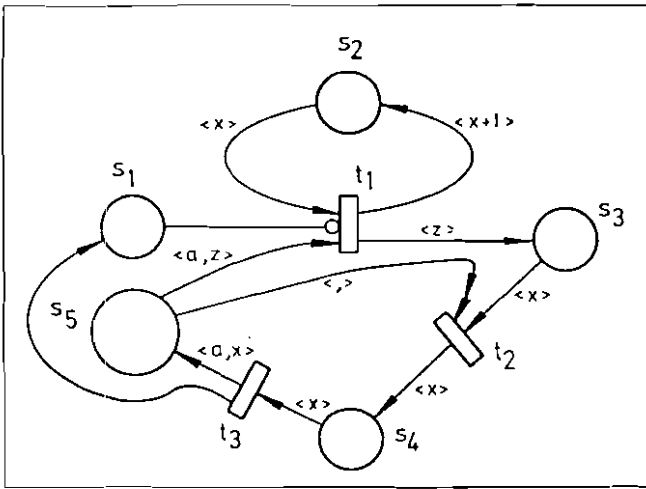


Bild 3 Beispielnetz

Durch die gewählte Markierung und Kantenbeschriftung ist nur eine Schaltfolge möglich (Bild 4).

2.4 Implementierung einer linearen Eingabe für modifizierte Prädikats-Transitionen-Netze

Zur Eingabe von mPrTN in den Rechner und zur linearen Beschreibung dieser Netze wurde eine eigene Sprache „PeLan“ (Petri Net Description Language) definiert und implementiert [18]. Diese Sprache unterstützt durch ihr dynamisches Unternetzkonzept eine hierarchische Modularisierung von Netzen. Außer mPrTN können auch BEN und STN mit einigen Erweiterungen durch PeLan beschrieben werden.

Es konnten durch den Rechner unterstützte Erfahrungen mit mPrTN gesammelt werden. So ist die Eingabe komplexer Netze fehlerträchtiger und unübersichtlicher, je mehr Unternetze (Module des PN) eine bestimmte Größe (etwa 20 Knoten und 40 Kanten) überschreiten.

Außerdem wurde festgestellt, daß eine rechnergestützte Analyse eines mittleren Gesamtsystems (mit ca. 500 Knoten und ca. 500 Kanten eines dazugehörigen höheren Petri-Netz-Modells) zu Problemen sowohl mit dem Speicherplatz als auch mit der Rechenzeit führt. Diese Probleme ergeben sich auch bei der Verwendung anderer Modelle (BEN und STN) im Zusammenhang mit einer etwas höheren Kanten- und Knotenanzahl.

3 Der Modellierungsprozeß

1. Als erster Schritt innerhalb des Modellierungsvorgangs muß das zu beschreibende System in ein Petri-Netz umgesetzt werden. Nur für spezielle Systemklassen können bisher exakte Transformationsregeln angegeben werden. So lassen sich zum Beispiel bei wissensbasierten Expertensystemen auf der Basis von Produktionsregeln exakte Modellierungsgesetze für die Umsetzung der Objekte und Regeln in ein Petri-Netz angeben [17]. Im allgemeinen obliegt dieser Schritt aber der Intuition des Entwicklers, der rechnergestützt arbeiten kann. Außerdem hängen die Transformationsschritte vom gewünschten Abstraktionsgrad und von den auf Petri-Netz-Ebene zu untersuchenden Eigenschaften ab.

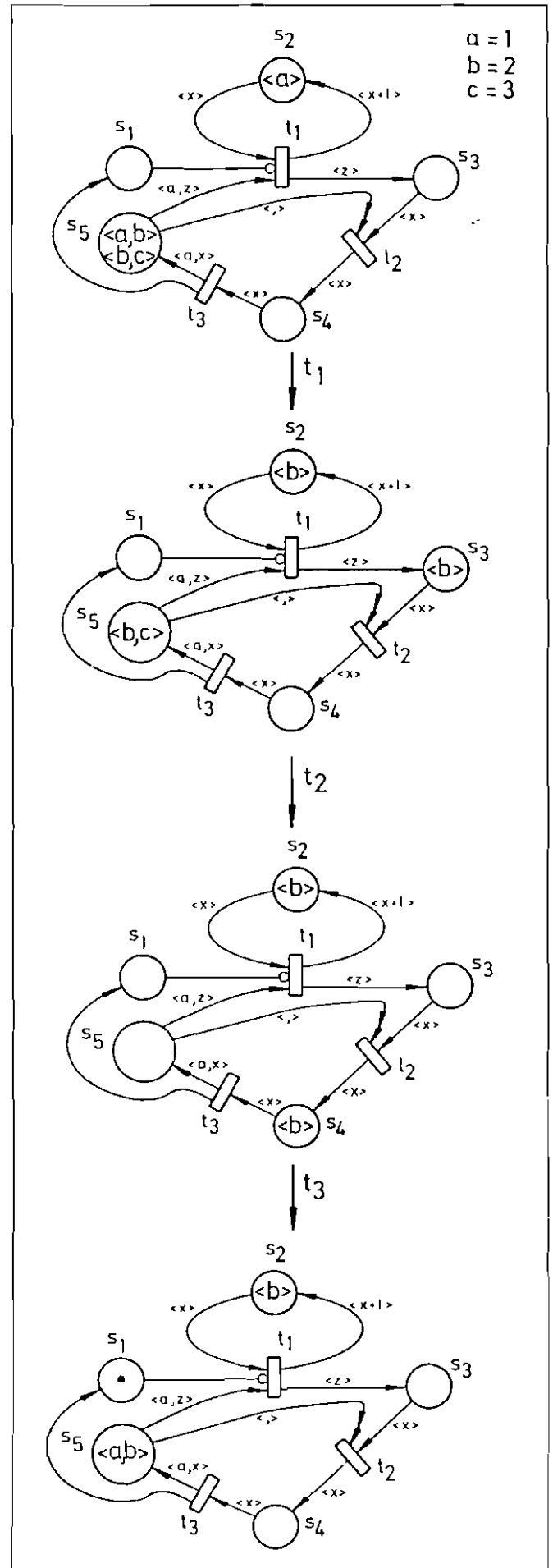


Bild 4 Schaltfolge des Beispielnetzes

2. Anschließend soll bei Systemen realistischer Größenordnung, die meist hierarchisch aufgebaut sind, eine **Partition** des Systems vorgenommen werden, damit

- eine eventuelle interaktive Netzanalyse noch übersichtlich ist und
- eine rechnergestützte Analyse eines mittleren Gesamtsystems (mit ca. 500 Knoten und ca. 500 Kanten eines dazugehörigen höheren Petri-Netz-Modells) nicht zu Problemen mit dem Speicherplatz und mit der Rechenzeit führt.

Das Netz wird dafür durch **Schnitte** in kleinere Netze geteilt. Das folgende Beispiel soll diesen Schritt verdeutlichen:

Wenn man das BEN nach Bild 5 betrachtet, so besteht dieses aus zwei ‚relativ unabhängigen‘ Subsystemen, die nur durch

eine Transition t_j verbunden sind. In Bild 6 ist ein Ausschnitt aus dem zu diesem Netz gehörenden, relativ komplexen Erreichbarkeitsgraphen dargestellt. Die einzelnen Zustände sind durch Vektoren charakterisiert. Diese geben die Markierung des Netzes wieder. So sind beispielsweise im Ausgangszustand (Vektor mit den Komponenten: – – – 1 – – – 1) nur die Stellen s_d und s_h mit einer Marke markiert.

Wesentlich übersichtlicher und für die Analysen einfacher sind zwei Subsysteme nach Bild 7 und 8.

3. Um das korrekte Verhalten der einzelnen Subsysteme (Teilnetze, Unternetze) verstehen und untersuchen zu können, müssen diese Netze jeweils in einem **Testrahmen** (Bild 9 und 10) betrachtet werden. Dieser Testrahmen besteht aus einem oder mehreren Netzen, die das Verhalten an den

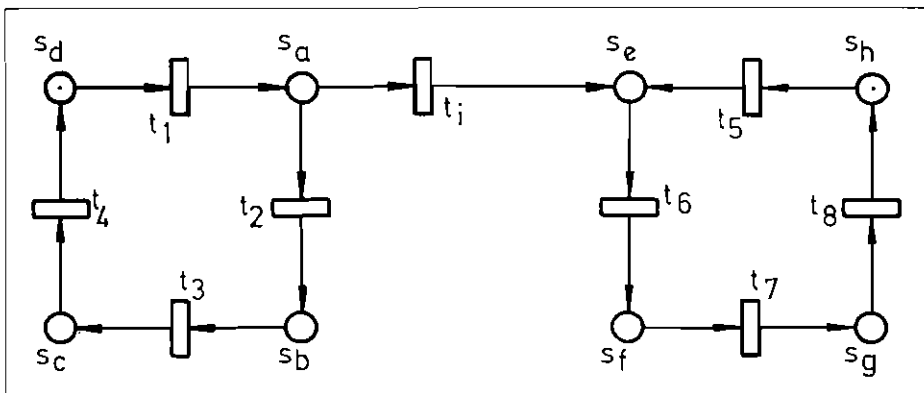


Bild 5
Gesamtsystem

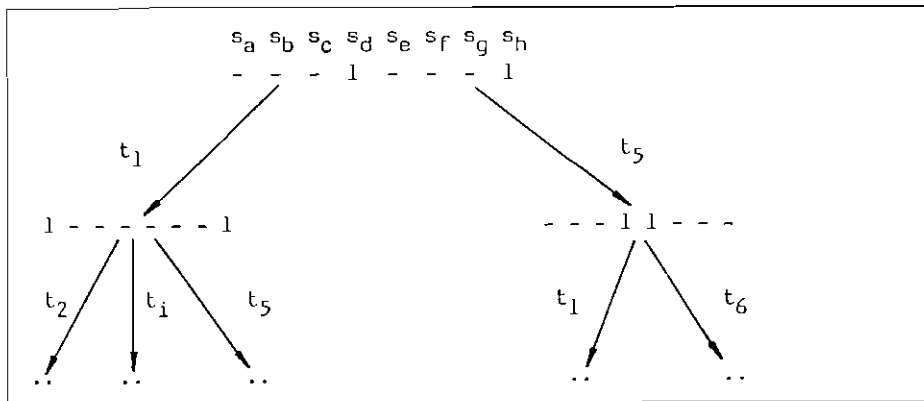


Bild 6
Ausschnitt aus dem Erreichbarkeitsgraphen des Petri-Netzes nach Bild 5

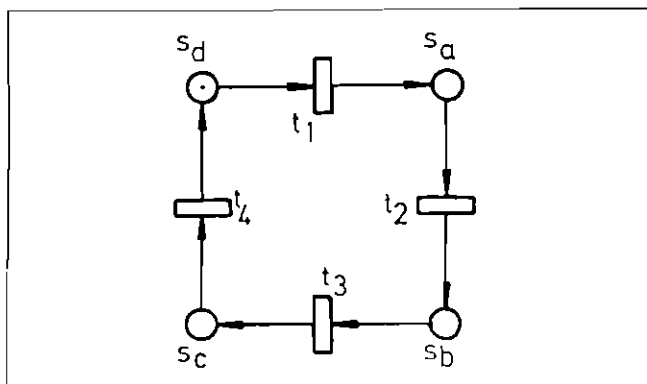


Bild 7 Linkes Subsystem (Teilnetz)

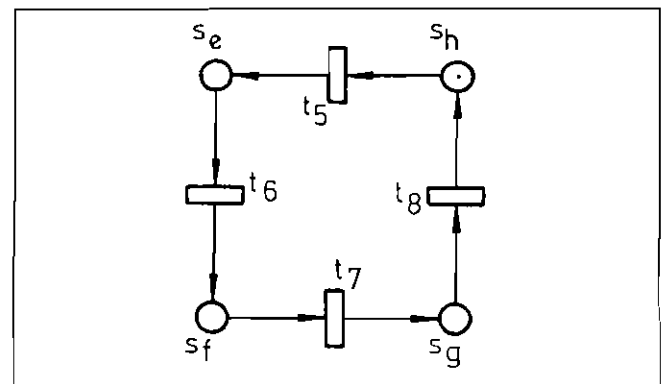


Bild 8 Rechtes Subsystem (Teilnetz)

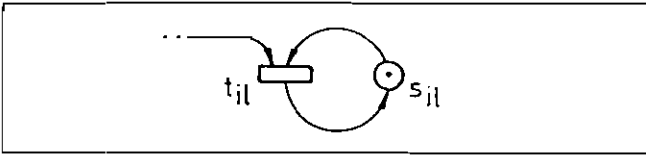


Bild 9 Testrahmen für das linke Subsystem

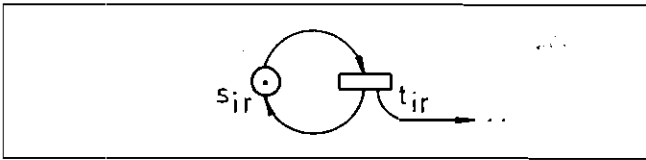


Bild 10 Testrahmen für das rechte Subsystem

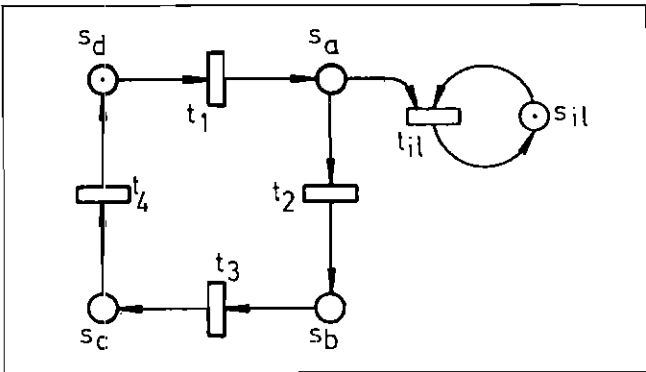


Bild 11 Linkes Subsystem im Testrahmen

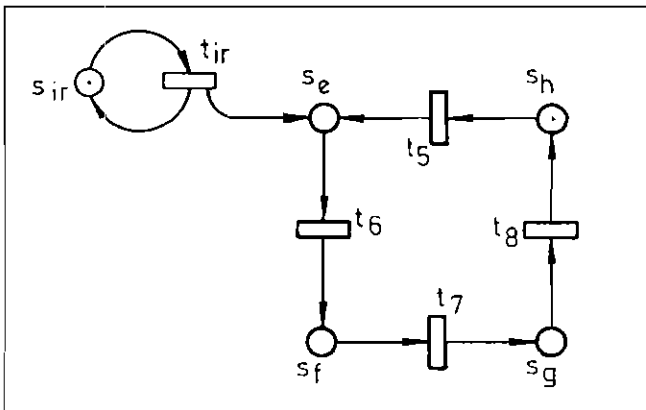


Bild 12 Rechtes Subsystem im Testrahmen

Bei der Untersuchung eines Subsystems im Zusammenhang mit dem Testrahmen ist zu beachten, daß eine Entkopplung kausaler Zusammenhänge der einzelnen Kanten einer Schnittstelle durch einen Schnitt entstehen kann. Dann stellt der Testrahmen eine Übermenge der realen Schnittstelle dar. Hieraus ergibt sich für das Beispiel nach Bild 7 mit dem Testrahmen nach Bild 9 das Netz nach Bild 11. (Entsprechend entsteht das Netz nach Bild 12 aus dem Netz nach Bild 8 durch Einbettung in den Testrahmen nach Bild 10).

4. Die so entstandenen Teilnetze können unabhängig voneinander analysiert werden. Die anzustellenden Analysen [11], [13], [14] können auf dem Erreichbarkeitsgraphen oder Überdeckungsgraphen basieren. In Bild 13 ist der komplette Erreichbarkeitsgraph zum Netz nach Bild 11 angegeben: Dieser Graph ist wesentlich weniger umfangreich und somit übersichtlicher als der Erreichbarkeitsgraph des ursprünglichen Netzes. (Für eine komplette Analyse muß dann für das Netz nach Bild 12 auch der Erreichbarkeitsgraph ermittelt werden).

5. Nach der Auswertung der Analyseergebnisse kann die Systembeschreibung geeignet geändert werden, und der Modellierungsvorgang beginnt wieder bei Schritt 1.

Bild 14 stellt schematisch den gesamten Modellierungsprozeß dar.

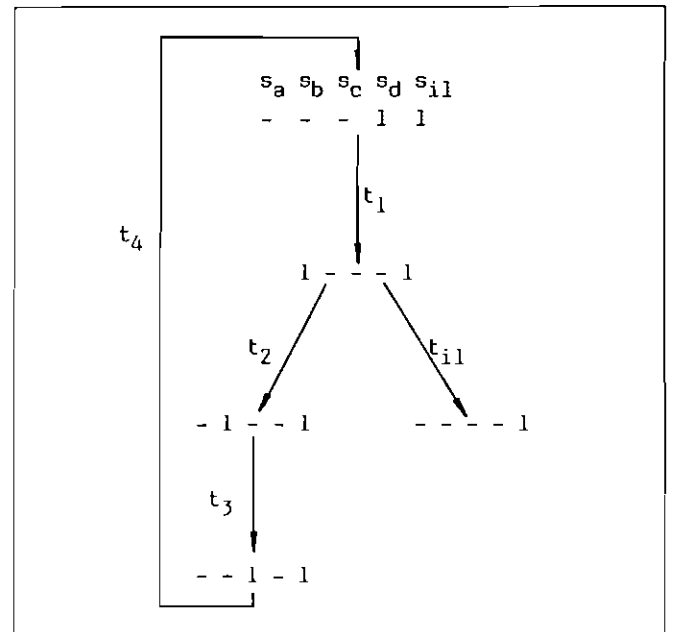


Bild 13 Erreichbarkeitsgraph zum linken Subsystem nach Bild 11

Schnitten darstellen. Der Testrahmen soll möglichst klein und unkompliziert sein. Die Netze des Testrahmens ergeben sich aus den einzelnen Schnitten, für jeden Schnitt muß ein Netz oder Teilnetz als Bestandteil des Testrahmens ermittelt werden. Übersichtlichkeitshalber werden diese Netze in der vorliegenden Arbeit jeweils im Zusammenhang mit den jeweiligen Schnitten angegeben.

Bei sehr komplexen Schnitten ist es durchaus sinnvoll, zuerst Untermengen des Schnittstellenverhaltens durch geeignete Testrahmennetze zu betrachten, um so schon einige Rückschlüsse von dem Verhalten des Teilsystems auf das Verhalten des Gesamtsystems zu ziehen.

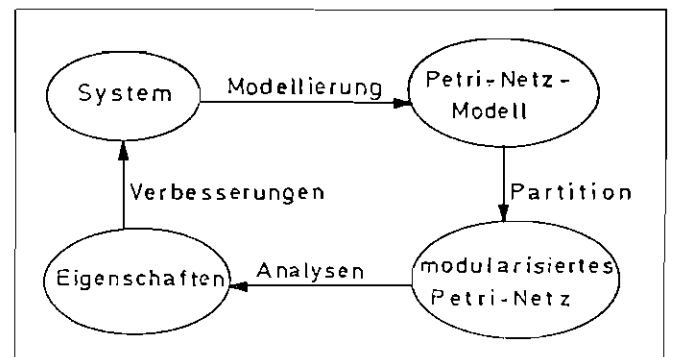


Bild 14 Der Modellierungsprozeß

4 Der Schnittwert

Bei der Aufteilung des Petri-Netzes sollen alle Schnitte durch Kanten gelegt werden.

Da es sehr viele Möglichkeiten gibt, bei einer Modularisierung einzelne Schnitte zu legen (entsprechend den Schritten 2 und 3 des im vorherigen Abschnitt beschriebenen Modellierungsprozesses), müssen diese auch miteinander vergleichbar sein, um so ein objektives Kriterium zur geeigneten Partition (Aufteilung in möglichst unabhängige Subsysteme) zu erhalten. Die Qualität eines Schnitts muß ermittelt werden. Deshalb soll jedem Schnitt eine Maßzahl (der Schnittwert) als Qualitätskriterium zugeordnet werden. Je niedriger der Schnittwert eines gemeinsamen Schnitts zwischen zwei Subsystemen ist, um so unabhängiger sind diese Subsysteme voneinander und um so höher ist die Qualität des Schnitts. Der Schnittwert 0 besteht zwischen zwei Petri-Netzen, die keine gemeinsamen Knoten und Kanten besitzen.

Der Schnittwert soll proportional zur bewerteten Auswirkung der entsprechenden Kanten, durch die dieser Schnitt führt, auf das Subsystem sein, weil nur so die Unabhängigkeit oder Abhängigkeit der Subsysteme voneinander bewertet werden kann. Dies bedeutet, daß eine Kante mit geringem Einfluß auf das Subsystem einen geringeren Schnittwert erhält als die Kanten mit größerem Einfluß. Der 'Einfluß' wird durch die möglichen Zustandsübergänge der geschnittenen Kante(n) charakterisiert.

Folgende kurze Beschreibung des Schnittwertes unterscheidet den Schnitt durch 2 verschiedene Kantenmengen:

1. Kante von einer Stelle s_i im Subsystem zu einer Transition t_a außerhalb und

Kante nach einer Stelle s_i im Subsystem von einer Transition t_a außerhalb:

Der Schnittwert ergibt sich aus der maximalen Anzahl aller durch Schalten einer Transition t_a von einem beliebigen Zustand aus möglichen, unterschiedlichen Zustandsübergänge. Zwei Zustandsübergänge sind unterschiedlich, wenn sie sich in mindestens einer zum Subsystem gehörenden Komponente s_i unterscheiden.

2. Kante von einer Transition t_i im Subsystem zu einer Stelle s_a außerhalb und

Kante nach einer Transition t_i im Subsystem von einer Stelle s_a außerhalb:

Der Schnittwert ergibt sich aus der maximalen Anzahl aller durch Schalten einer Transition t_i von einem beliebigen Zustand aus möglichen, unterschiedlichen Zustandsübergänge.

Zwei Zustandsübergänge von BEN und STN sind unterschiedlich, wenn sie sich in mindestens einer zum Subsystem gehörenden Komponente unterscheiden.

Zwei Zustandsübergänge von mPrTN sind unterschiedlich, wenn sie sich in mindestens einer zu s_a gehörenden Komponente (nicht im Subsystem enthalten) unterscheiden, weil durch die Variablenbelegung der Kantentupel unterschiedliche Markierungen im Subsystem entstehen können.

Als Einheit wird hier die Kanteneinheit mit der Abkürzung ke eingeführt. Die Maßeinheit wird durch einen Schnitt einer Kante eines BEN von einer Stelle im Subsystem zu

einer Transition außerhalb definiert. Hier ergibt sich genau ein Zustandsübergang im Erreichbarkeitsgraphen des Subsystems durch das Vorhandensein der geschnittenen Kanten. Im Beispiel nach Bild 15 ist genau ein Zustandsübergang (in Bild 16 gekennzeichnet) durch das Schalten von t_1 möglich. Deshalb hat der Schnitt c den Schnittwert 1 ke.

Der Wertebereich der Variablen x im mPrTN oder PrTN nach Bild 17 soll aus der Menge $\{1, 2, 3\}$ bestehen. Deshalb sind drei Zustandsübergänge (in Bild 18 gekennzeichnet) durch das Schalten von t_1 möglich. Dem Schnitt c ist der Schnittwert 3 ke zugeordnet.

Wenn durch eine Kante geschnitten wird, so muß auch zur späteren Analyse ein Testrahmen unter Berücksichtigung dieser Kante entstehen. Aus Übersichtsgründen werden diese später zu verwendenden Netze des Testrahmens immer im Zusammenhang mit der Angabe des Schnittwertes vorgestellt. So soll auf der linken Seite der Bilder des folgenden Abschnittes 5 der Ausschnitt aus dem geschnittenen Netz sein. Rechts ist dann das für den Testrahmen zu verwendende Netz angegeben.

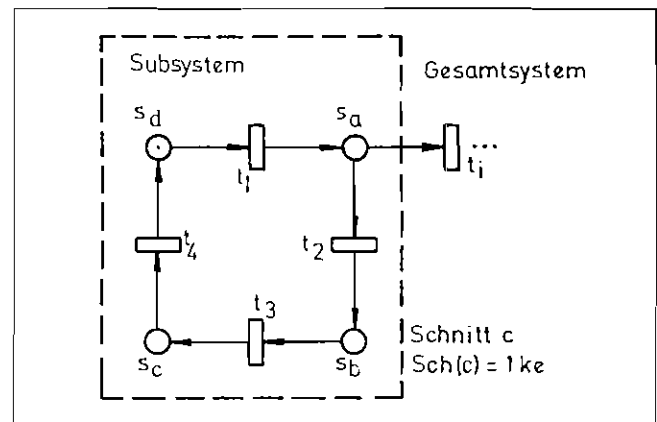


Bild 15 Schnitt durch eine Kante eines Bedingungs-Ereignis-Netzes

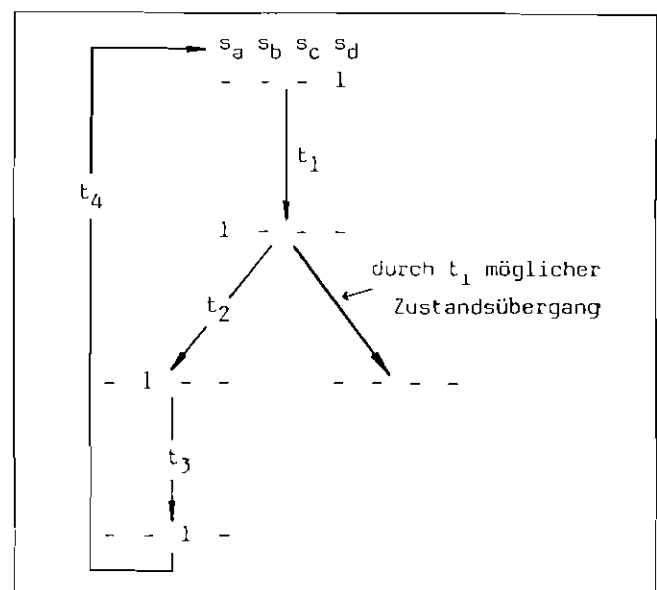


Bild 16 Zum Petri-Netz nach Bild 15 gehörender Erreichbarkeitsgraph

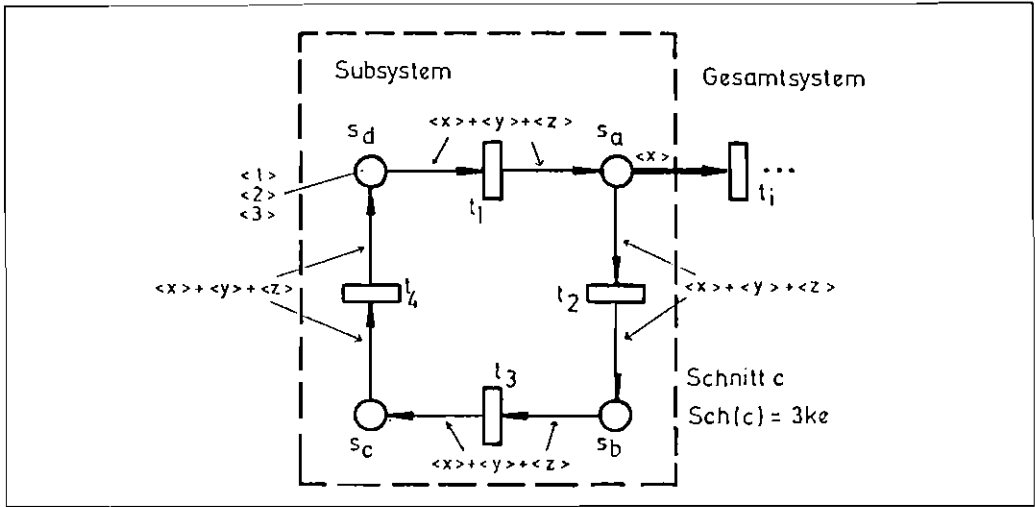


Bild 17
Schnitt durch eine Kante eines modifizierten Prädikat-Transitionen-Netz

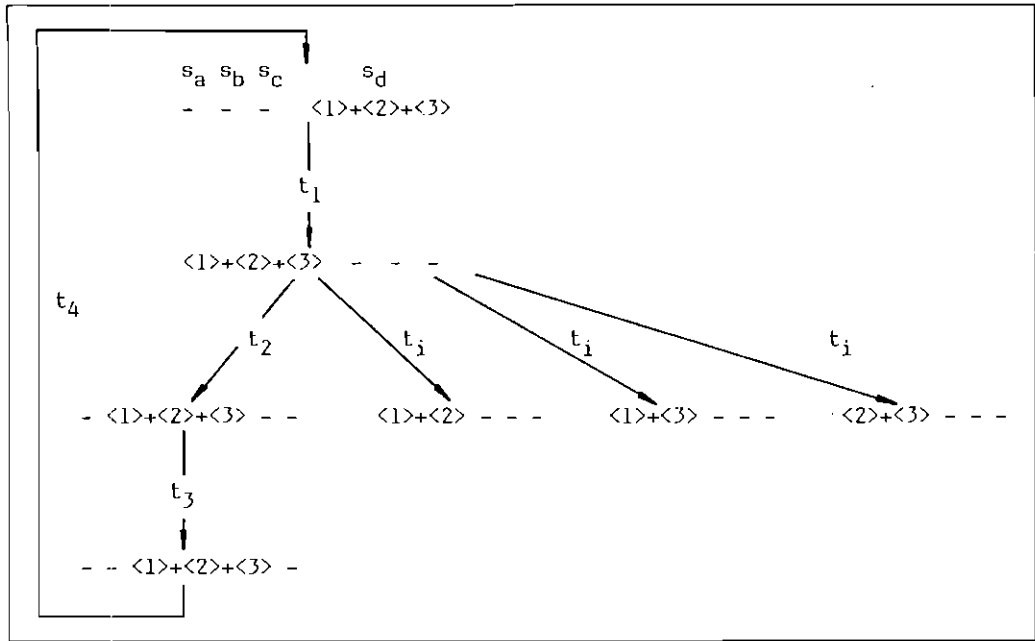


Bild 18
Zum Petri-Netz nach Bild 17 gehörender Erreichbarkeitsgraph

5 Die Schnittwertberechnung

Die Ermittlung der Schnittwerte für BEN, STN und mPrTN wird auf Grund der Topologie im Bereich der geschnittenen Kanten ausgeführt. So wird durch eine Betrachtung der Statik des Systems das dynamische Verhalten an den Schnitten abgeschätzt und quantifiziert.

Zusätzlich zu der geschnittenen Kante mit ihrer Gewichtung (bei STN) und ihrer Beschriftung (bei mPrTN) wird der Knoten des entstandenen Subsystems mit der Kapazität von Stellen (bei STN) und mit dem Transitionslabel (bei Transitionen in mPrTN) verwendet. Bei mPrTN werden zusätzliche Informationen bezüglich des Wertebereichs von Variablen der Kantenbeschriftung geschnittener Kanten verwendet.

Zur Gewinnung einer einfachen Berechnungsgrundlage werden Kanten, die nicht mit einem gemeinsamen Knoten verbunden sind, getrennt und somit entkoppelt voneinander behandelt. Alle jeweils gemeinsam zu betrachtenden Kanten, die mit demselben Knoten des entstehenden Subsystems verbunden sind, bilden **Kantenmengen**.

Der Schnittwert (Abk.: ‚Sch‘) eines Schnitts c (Abk.: ‚Sch(c)‘) ergibt sich aus der Summe der Schnitte c_i durch die einzelnen Kantenmengen:

$$Sch(c) = \sum_{i=1}^n c_i k_e$$

Zur Analyse der entstehenden Subsysteme werden an den geschnittenen Kanten die Netze des Testrahmens angeschlossen. Diese Testrahmennetze sind durch den Schnitt bestimmt. Deshalb wird für jeden Schnitt gleichzeitig das geschnittene Netz mit dem entsprechenden Testrahmennetz in den Abbildungen angegeben.

Die folgenden drei Abschnitte behandeln jeweils für verschiedene PN-Modelle exemplarisch die Hauptgesichtspunkte des allgemeinen Schnittwertberechnungsverfahrens. Eine ausführliche Zusammenstellung aller Schnittwertberechnungen ist in [19] enthalten.

5.1 Schnittwerte in Bedingungs-Ereignis-Netzen

Die einfachsten Schnittwertermittlungen ergeben sich bei den BEN, weil hier keine Kanten- und Knotenattribute zu berücksichtigen sind. Bei dem Schnitt durch eine Kante wird zuerst der mit ihr verbundene Knoten des Subsystems betrachtet, weil dieser für die Bestimmung der maximalen Anzahl von Zustandsübergängen zur Schnittwertberechnung entscheidend ist.

Eine Stelle eines BEN kann nur zwei Zustände annehmen: markiert und unmarkiert. Wenn also eine Kante zu oder von dieser Stelle geschnitten wird, dann kann die mit dieser Kante verbundene Transition durch ihr Schalten maximal einen anderen Zustand im Subsystem bewirken. Wenn ein Schnitt gleichzeitig durch mehrere Kanten von und zu einer Stelle des Subsystems geht, dann wird durch diese Kanten immer nur derselbe Zustandsübergang der betrachteten Stelle beeinflusst. Deshalb werden alle nach Bild 19 geschnittenen Kanten zu einer Kantenmenge mit dem Schnittwert $Sch = 1 ke$ zusammengefaßt.

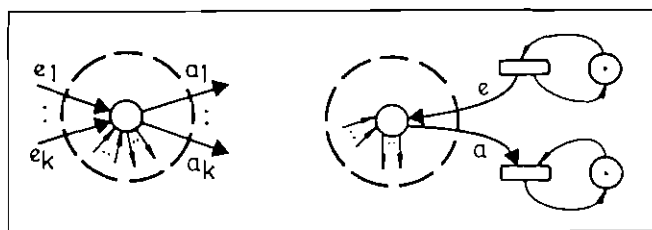


Bild 19 Schnitt durch Kanten eines BEN und entsprechender Testrahmen

Das Netz des Testrahmens muß in dem angegebenen Fall sowohl die Entnahme eines Token als auch die Markierung der Stelle unabhängig voneinander bewirken können. Diese Eigenschaften weist das Testrahmennetz nach Bild 19 auf. Wenn die geschnittene Kante von einer Transition im Subsystem zu einer Stelle außerhalb führt, dann beeinflusst die Stelle durch ihre endliche Kapazität (eine Stelle eines BEN hat immer die Kapazität $Kap = 1$) das Schaltverhalten der Transition. Das Schalten der Transition bewirkt maximal einen neuen Folgezustand des Subsystems, und deshalb beträgt auch der Schnittwert $Sch = 1 ke$ (siehe Bild 20).

Ein äquivalentes Schaltverhalten ist durch das angegebene Testrahmennetz in dem Bild 20 gegeben.

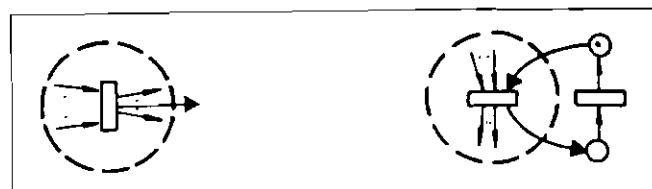


Bild 20 Schnitt durch eine Kante eines BEN und entsprechender Testrahmen

5.2 Schnittwerte in Stellen-Transitionen-Netzen

Im Unterschied zu BEN ist den Kanten von STN ein Gewicht zugeordnet. Die Stellen haben eine beliebige positive

Kapazität. Deshalb kann eine Stelle nicht nur zwei Zustände wie bei BEN, sondern im Extremfall unendlich viele, unterschiedliche Markierungen annehmen.

Wenn eine Stelle eines Subsystems Ausgangspunkt geschnittener Kanten verschiedenen Gewichts ist, dann bestimmt die Anzahl der unterschiedlichen Gewichte die maximal von einer Markierung erreichbaren unterschiedlichen Folgemarkierungen. Es ist also nicht die Anzahl der Kanten für den Schnittwert maßgebend, sondern die Anzahl der unterschiedlichen Gewichte. Im PN nach Bild 21 existieren Kanten $g_{11} \dots g_{1k}$ des Gewichts $g = g_1$ bis zu Kanten $g_{p1} \dots g_{pk}$ des Gewichts $g = g_p$. Der Gesamtschnittwert dieser Kanten beträgt demnach $p ke$.

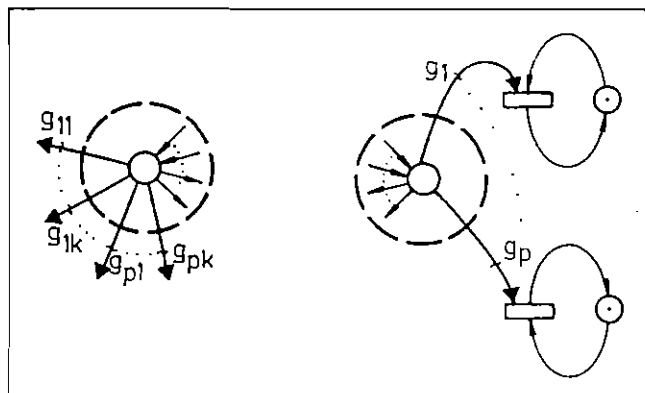


Bild 21 Schnitt durch Kanten eines STN und entsprechender Testrahmen

5.3 Schnittwerte in modifizierten Prädikats-Transitionen-Netzen

Durch die unterscheidbaren Marken eines mPrTN kann die geschnittene Kante eine wesentlich komplexere Beziehung zwischen den Knoten darstellen, und somit muß diesem Schnitt ein entsprechend größerer Schnittwert zugeordnet werden.

Die formale Summe als Kantenbeschriftung [3] entspricht verschiedenen einzelnen Kanten mit jeweils einem Tupel und dem entsprechenden Gewicht. Der Schnitt durch eine solche Kante mit einer formalen Summe wird hier auf einen Schnitt durch verschiedene einzelne Kanten zurückgeführt. Wenn eine Kante, die zu einer Stelle im Subsystem führt, in ihrer Beschriftung nur Konstanten als Elemente des Tupels beinhaltet, dann kann durch diese Kante maximal eine neue Markierung mit der entsprechenden Kantenbeschriftung als zusätzliche Marke der Stelle entstehen. Der Schnittwert beträgt also auch $1 ke$.

Durch eine Variable in dem Tupel der Kantenbeschriftung kann sich jedoch maximal eine Anzahl unterschiedlicher Markierungen ergeben, die der Anzahl der Elemente (Abk.: 'card', Kardinalität) des Wertebereichs (Abk.: 'w') dieser Variablen entspricht.

Bei mehreren verschiedenen Variablen ist die maximale Anzahl der Folgemarkierungen und somit auch der Schnittwert durch das Produkt der einzelnen Kardinalitäten gegeben:

$$Sch = \prod_{i=1}^n \text{card}(w(x_i)) ke$$

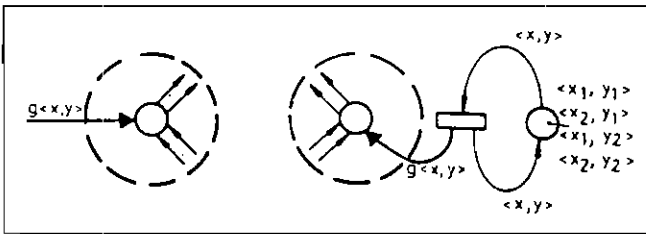


Bild 22 Schnitt durch eine Kante eines mPrTN und entsprechender Teststrahmen

Das Netz des Teststrahmens nach Bild 22 enthält Marken, die sich aus dem Wertebereich (z. B.: $x \in \{x_1, x_2\}$; $y \in \{y_1, y_2\}$) $Sch = \text{card}(x) \cdot \text{card}(y) = 2 \cdot 2 = 4$) der Variablen ergeben.

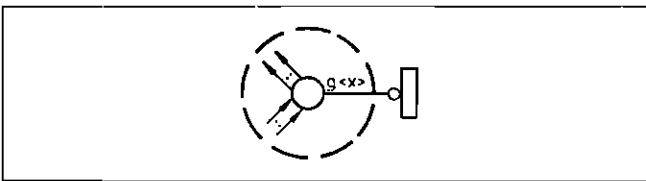


Bild 23 Schnitt durch eine Negations-Kante eines mPrTN

Eine geschnittene Negationskante beeinflusst, wie in Bild 23 gezeigt, den Erreichbarkeitsgraphen des Subsystems nicht, d.h. $Sch = 0$ ke

Eine Resetkante kann die meisten Markierungen ändern, und die Menge aller möglichen unterschiedlichen Folgemarkierungen ergibt

$$Sch = -1 \text{ ke} + \sum_{i=1}^{\text{card}(w(x))} \binom{\text{card}(w(x))}{i} \text{ ke}$$

In dieser Formel muß die eine Kanteneinheit abgezogen werden, weil sie die Summe aller Möglichkeiten mit dem aktuellen Zustand ausdrückt und zur Schnittwertberechnung von einem Zustand des Erreichbarkeitsgraphens die unterschiedlichen Folgezustände ermittelt werden.

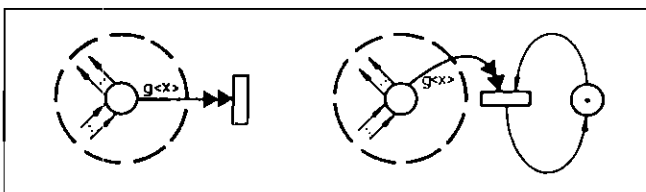


Bild 24 Schnitt durch eine Reset-Kante eines mPrTN und entsprechender Teststrahmen

In dem angegebenen Beispiel nach Bild 24 soll der Wertebereich aus der Menge $\{X_1, X_2\}$ bestehen. Neben der leeren Markierung gibt es 3 weitere (X_1, X_2) , (X_1) und (X_2) :

$$Sch = \binom{2}{1} \text{ ke} + \binom{2}{2} \text{ ke} - 1 \text{ ke} = 2 \text{ ke}$$

Durch das Schalten einer Transition im Subsystem, die durch eine Kante mit einer Stelle außerhalb des Subsystems verbunden ist, können sich im Subsystem entsprechend den anderen Kanten, die mit dieser Transition verbunden sind,

eine Vielzahl von Zustandsübergängen ergeben. Der Einfluß der geschnittenen Kante kann sich dabei auf ein Zulassen oder Verhindern des Schaltens beschränken. Wesentlicher für die Berechnung des Schnittwertes ist die „Komplexität“ der geschnittenen Kante. Deshalb ist zur Schnittwertberechnung aller zu Transitionen im Subsystem führenden Kanten der Erreichbarkeitsgraph außerhalb des entstehenden Subsystems wichtig.

Der Schnittwert ist entsprechend dem vorherigen Absatz durch die Kardinalität des Wertebereichs der unterschiedlichen Variablen gegeben. Bei mehreren geschnittenen Kanten, die zu einer Transition führen (Bild 25) ergibt sich der Gesamtschnittwert aus dem Produkt der Einzelschnittwerte:

$$Sch_{ges} = \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \text{card}(w(x_{ji})) \text{ ke}$$

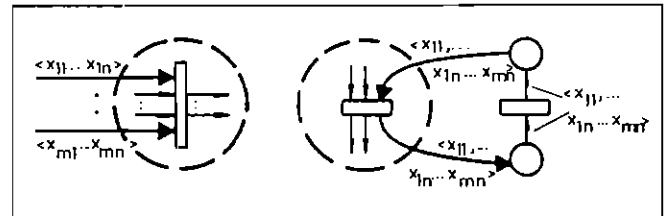


Bild 25 Schnitt durch Kanten eines mPrTN und entsprechender Teststrahmen

6 Schlußbemerkungen

In diesem Artikel wird das Problem der Modularisierung eines bestehenden Netzes betrachtet, um umfangreiche Strukturen übersichtlicher analysierbar und beschreibbar zu machen. Hierfür wird als Qualitätskriterium zur Modularisierung ein Schnittmaß definiert, und es werden die dazugehörigen Berechnungsverfahren angegeben. Durch Erweiterungen der Berechnungsverfahren kann neben der Topologie des Schnittbereichs auch das vorhandene Wissen des Entwicklers an der betrachteten Schnittstelle ausgenutzt werden. Damit existiert ein objektives, praxisbezogenes Kriterium zur Bestimmung der Unabhängigkeit von Teilnetzen.

Untersuchungen können an einem solchen Teilnetz durch Einbettung in einen Teststrahmen angestellt werden. Hierbei können die bereits bestehenden Analyseverfahren verwendet werden. Die Netzgestaltung der Teststrahmen wird aus den Schnitten abgeleitet.

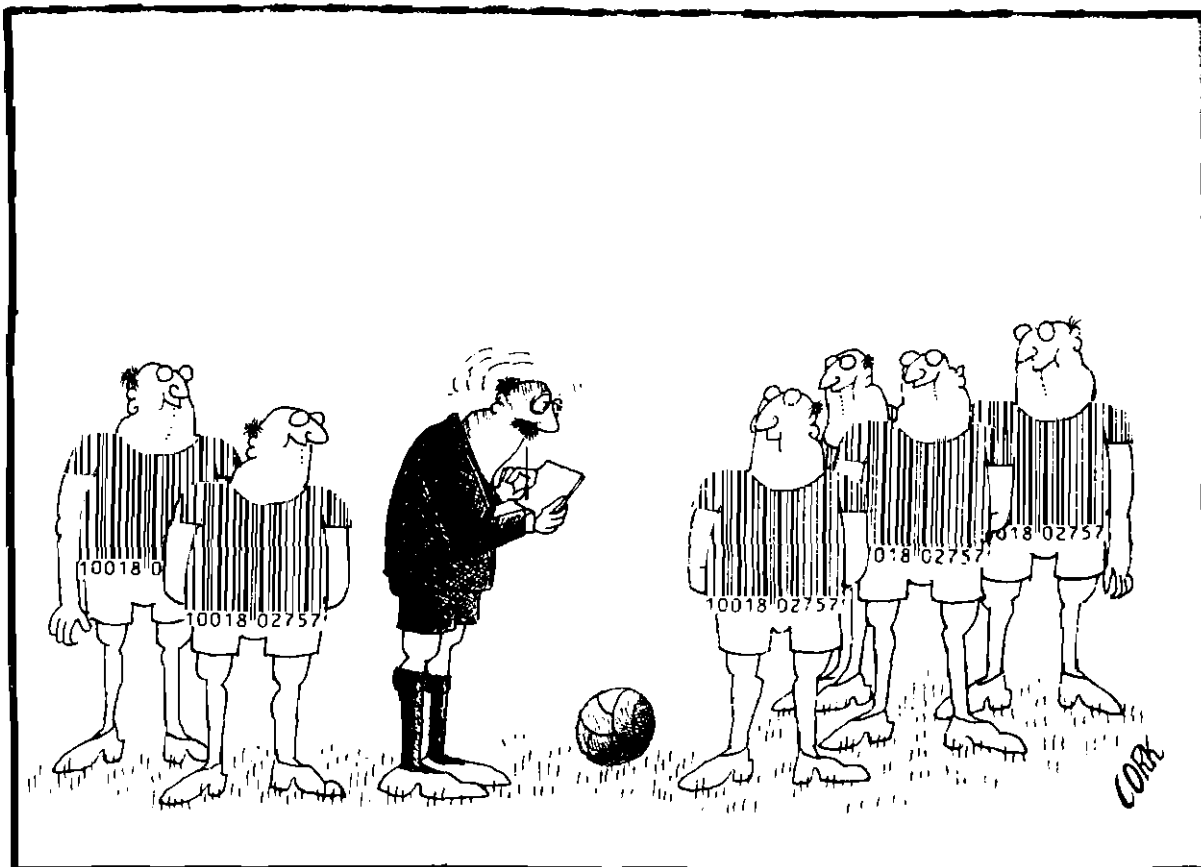
Durch eine Anpassung des Schnittmaßes an andere Petri-Netz-Modelle kann auch dort dieses Verfahren eingesetzt werden. Für Bedingungs-Ereignis-Netze, Stellen-Transitionen-Netze sowie modifizierte Prädikats-Transitionen-Netze wird die Schnittmaßberechnung beschrieben.

Für die Unterstützung bei dieser Arbeit in Form zahlreicher, wertvoller Diskussionen möchte der Autor Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Hoffmann danken.

Literatur

- [1] H. Eckert, R. Prinoth: Produktnetze – Definition eines PROSIT-Beschreibungsmittels. Arbeitspapiere der GMD Nr. 92, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung, April 1984.

- [2] *H. Eckert, R. Prinoth*: Grundsätzliche Betrachtungen und Bemerkungen zu Produktnetzen. Arbeitspapiere der GMD Nr. 106, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung, Dezember 1985.
- [3] *H. Genrich, K. Lautenbach*: System Modelling with High-level Petri Nets. In: Theoretical Computer Science, North-Holland Publishing Company 13, 1981, S. 109–136.
- [4] *K. Jensen*: Coloured Petri Nets and the Invariant-Method. In: Theoretical Computer Science, North-Holland Publishing Company 14, 1981, S. 317–336.
- [5] *H. Klaeren*: Algebraische Spezifikation. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1983.
- [6] Lecture Notes in Computer Science, Vol. 84, Net Theory and Applications, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1980, Auch: Proceedings of an Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, Hamburg, 1979.
- [7] *R. Milner*: A Calculus of Communication Systems. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 92, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1980.
- [8] *J. Peterson*: Petri Net Theory and the Modeling of Systems. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., USA, 1981.
- [9] *C. Petri*: Kommunikation mit Automaten. Dissertation D 17, Technische Hochschule Darmstadt, Juni 1962.
- [10] *C. Petri*: Mathematische Ausdrucksformen für organisatorische Zusammenhänge. In: Newsletter, Special Interest Group Petri Nets and Related System Models Nr. 2, Juli 1979, S. 3–5.
- [11] *W. Reisig*: Petrinetze. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1982.
- [12] *W. Reisig*: Petri-Netze. In: Computer Magazin, Nr. 3, S. 80–87, März 1986.
- [13] *G. Scheschonk*: Petri-Netze als formale Basis für Informationssysteme. Vorlesungsmanuskript, Technische Universität Berlin, Fachbereich 20, 1984.
- [14] *M. Silva*: Las Redes de Petri: en la Automatica y la Informatica. Editorial AC, Madrid, Spanien, 1985.
- [15] *P. Starke*: Petri-Netze. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1980.
- [16] *R. Steinmetz*: Darstellung von Monitoren durch Petri Netze. In: Angewandte Informatik, Nr. 8, August 1984, S. 314–321.
- [17] *R. Steinmetz, S. Theissen*: Integration of Petri Nets into a Tool for Consistency Checking of Expert Systems with Rule-Based Knowledge Representation. In: 6th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, Espoo, Finnland, 26–28 Juni 1985, S. 35–52.
- [18] *R. Steinmetz, A. Villmow*: Die Petri Netz Beschreibungssprache PeLan Version 5.0, Forschungsbericht Nr. 115, Inst. für Übertragungstechnik und Elektroakustik, T.H. Darmstadt, August 1985.
- [19] *R. Steinmetz*: Modularisierte Petri-Netze zur Beschreibung und Analyse nachrichtentechnischer Systeme mit vermaschten informationsverarbeitenden Strukturen. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 10, Nr. 56, 1986.
- [20] CCITT SDL Newsletter, Recommendation Z.100-Z.104. Mai 1983.



BC-68

Angewandte Informatik

Herausgeber:

P. Schmitz, Universität zu Köln
N. Szyperski, GMD, St. Augustin
und Universität zu Köln

Redaktion:

Ulrich Hasenkamp, Köln
Lehrstuhl für Informatik
Robert-Koch-Str. 10
5000 Köln 41
Telefon (0221) 478 55 69

Herausgeberrat:

W. Ameling, Aachen
H. Fiedler, Birlinghoven
J. Griese, Bern
E. Grochla, Köln
R. Gunzenhäuser, Stuttgart
Ch. Heinrich, Dortmund
L. J. Heinrich, Linz/Österreich
E. Henze, Braunschweig
R. Jünemann, Dortmund
W. Kämmerer, Jena/DDR
G. Krüger, Karlsruhe
H. Maurer, Graz/Österreich
H. G. Pärli, Dortmund
P. J. Pahl, Berlin
P. L. Reichertz, Hannover
B. Schmidt, Erlangen
D. Seibt, Essen

Bestellschein

Verlag Vieweg, Postfach 5829, D-6200 Wiesbaden 1

<input type="checkbox"/> 1 Jahr DM 252,- (1986) zuzüglich Versandkosten Jahrgang 28, 1986, 12 Hefte jährlich
<input type="checkbox"/> 2 Jahre DM 454,- (1986/87) zuzüglich Versandkosten Jahrgang 28 + 29
<input type="checkbox"/> Probeheft

Angewandte Informatik applied informatics

Name	
Adresse	
Datum	Unterschrift

DuD

Datenschutz und Datensicherung
Informationsrecht
Kommunikationssysteme

Eine Zeitschrift aus dem Programm Angewandte Informatik der
Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH · Braunschweig/Wiesbaden
in Zusammenarbeit mit der AWV – Arbeitsgemeinschaft für wirtschaftliche
Verwaltung e. V., Eschborn

DuD behandelt die praktische Auslegung der gesetzlichen Bestimmungen, die Maßnahmen zur Befolgung des BDSG und die damit verbundenen Datensicherungsprobleme in Kurzmitteilungen, praxisnahen Originalbeiträgen und Erfahrungsberichten. In Kurzrezensionen wird das Literatur- und Ausbildungsangebot vorgestellt.

Hinzu kommen aktuelle und gesicherte Informationen: Hinweise, Ratschläge, Kurzmitteilungen, neue Rechtsvorschriften, Rechtsprechung etc.

6 Ausgaben pro Jahrgang
Umfang je Ausgabe: ca. 64 Seiten im Format DIN A 4
Jahresabonnement (1986): DM 158,—
zuzüglich Versandkosten

**Geschäftsführende
Herausgeber**

Dr. K. Rihaczek, Bad Homburg
Prof. Dr. P. Schmitz, Köln
Dr. Herbert Meister, Köln

Herausgeberrat

Bundesanwalt Dr. H. Auernhammer, Bonn
Dr. A. Bode, München
Dr. W. Brack, Ratingen
Prof. Dr. Dr. H. Fiedler, St. Augustin
Dr. E. Hort, Homburg
Dr. W. Kotschy, Wien
G. F. Müller, Stuttgart
Prof. Dr. H. Pärli, Dortmund
Dr. R. Schweizer, Bern
Prof. Dr. N. Szyperski, Köln

Redaktion

Dr. K. Rihaczek, Bad Homburg

Vieweg

Friedr. Vieweg & Sohn
Verlagsgesellschaft mbH
Postfach 5829
D-6200 Wiesbaden 1

Reprint

Angewandte Informatik

Angewandte Informatik

Die „Angewandte Informatik“ (bis einschl. 1970 „elektronische Datenverarbeitung“) ist eine Datenverarbeitungsfachzeitschrift gehobenen Niveaus, in der theoretisch und praktisch orientierte Beiträge aus dem weiten Bereich der Anwendung von Computern veröffentlicht werden. Sie ist

- anwendungsorientiert deshalb, weil es sich bei den relevanten Aspekten von Informatik oder automatisierter Datenverarbeitung nicht um theoretisierende Erwägungen handelt, sondern um praktische (und theoretische) Probleme, deren Lösung uns alle angeht;
- forschungsorientiert insoweit, als „Forschung“ auf dem Gebiet der Informatik bzw. automatisierten Datenverarbeitung bei den großen Computer- und Softwareherstellern und privaten Großanwendern ebenso stattfindet wie bei den Hoch- und Fachhochschulen der öffentlichen Hand;
- entwicklungsorientiert aus demselben Grunde;

Letztlich will die „Angewandte Informatik“ einen Beitrag zur stetigen Weiterentwicklung der automatisierten Datenverarbeitung leisten, und gemäß ihrer eigenen Struktur und Entwicklung sieht sie ihre Möglichkeiten dazu in erster Linie in einer Synthese gewissermaßen zwischen den Belangen der Praxis und den Erkenntnissen und Forderungen der Theorie: daher (seit 1971) **Angewandte Informatik**.

Die Fachbeiträge stammen überwiegend von Informatik-Fachleuten und Datenverarbeitungs-Experten aus dem Anwender-, dem Hersteller- und dem Hochschulbereich, und zwar von praxisorientierten Wissenschaftlern und wissenschaftsorientierten Spezialisten etwa im gleichen Maße. Hinzu kommen Autoren aus Randbereichen und Nachbardisziplinen von Informatik und automatisierter Datenverarbeitung, die das Gebiet auch aus ungewohnten Blickwinkeln beleuchten.

Die Leserschaft setzt sich aus all jenen zusammen, die in Praxis, Wissenschaft und Studium beruflich auf qualifiziertem Niveau maßgeblich mit Informatik und Datenverarbeitung zu tun haben. Insbesondere handelt es sich dabei um Inhaber leitender Funktionen in diesem Bereich sowie um qualifizierte Spezialisten. Erheblich ist auch der Anteil der Leser aus den Nachbargebieten der Informatik – ein Beweis für die Vielfalt der in der „Angewandten Informatik“ behandelten Themen.